

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**

**высшего образования**

**«Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»**

**(ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Институт**  **информационных**  **технологий** | **Кафедра**  **прикладной математики** |

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ

ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ № 1 ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Теория массового обслуживания» (вариант №18)

СТУДЕНТА 3 КУРСА бакалавриата ГРУППЫ ИДБ-21-06

Музафаров Карим Риантович

Направление: Информационные системы и технологии

|  |  |
| --- | --- |
| Отчет сдан « »\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2023г.  Оценка \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Преподаватель Девятерикова Е.А | Подпись\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  |  |

**Моделирование распределений случайных величин и потоков событий.**

Цель работы: изучить свойства и характеристики распределений и потоков потока. Сравнить теоретические и модельные значения полученных характеристик.

Задание 1.

Разыграть n значений ДСВ, имеющей распределение Пуассона с параметром λτ (табл.1). По выборке построить точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации. Сравнить полученные оценки с истинными значениями параметров, рассчитанными по формулам. Построить полигон частот и многоугольник теоретического распределения.

Распределение Пуассона - вероятностное распределение дискретного типа. Распределение Пуассона моделирует число событий, произошедших за фиксированное время т, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью λ и независимо друг от друга.

Для простейшего потока вероятность появления m событий за время т равна: Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Вероятность того, что за время т не появится ни одного события (ш = 0) равна



Вероятность появления хотя бы одного события



Входные данные:

|  |  |
| --- | --- |
| *λ* | 3,5 |
| *τ* | 1,5 |
| *n* | 130 |

Закон распределения Пуассона (F-правая граница интервала):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| p | 0,005248 | 0,027549 | 0,072317 | 0,126555 | 0,166104 | 0,174409 | 0,152608 | 0,114456 | 0,075112 | 0,043815 | 0,023003 | 0,010979 | 0,004803 | 0,00194 |
| F | 0,005248 | 0,032797 | 0,105114 | 0,23167 | 0,397774 | 0,572183 | 0,724791 | 0,839247 | 0,914359 | 0,958174 | 0,981177 | 0,992155 | 0,996959 | 0,998898 |
| wi | 0 | 0,015385 | 0,038462 | 0,161538 | 0,153846 | 0,2 | 0,176923 | 0,076923 | 0,069231 | 0,046154 | 0,046154 | 0,007692 | 0 | 0,007692 |

Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации:

|  |  |
| --- | --- |
| *xв=* | 5,407692 |
| *s2=* | 5,034049 |
| *s=* | 2,243669 |
| *v=* | 0,414903 |

Полигон частот:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *xi* | *ni* | *wi* |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 0,015385 |
| 2 | 5 | 0,038462 |
| 3 | 21 | 0,161538 |
| 4 | 20 | 0,153846 |
| 5 | 26 | 0,2 |
| 6 | 23 | 0,176923 |
| 7 | 10 | 0,076923 |
| 8 | 9 | 0,069231 |
| 9 | 6 | 0,046154 |
| 10 | 6 | 0,046154 |
| 11 | 1 | 0,007692 |
| 12 | 0 | 0 |
| 13 | 1 | 0,007692 |

Многоугольник теоретического распределения:

Задание 2.

Разыграть n значений НСВ, имеющей показательное распределение с параметром λ (табл.2). По выборке построить точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации. Сравнить полученные оценки с истинными значениями параметров, рассчитанными по формулам. Построить гистограмму, кумуляту и график функции распределения. Визуально убедиться, что выборка осуществлена из экспоненциально распределенной генеральной совокупности с параметром λ. Смоделировать простейший поток событий.

Входные данные:

|  |  |
| --- | --- |
| λ | 3,5 |
| n | 330 |

Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Модель |  |  | Теория |  |
| *xв=* | 0,264692 |  | MX=1/λ | 0,285714 |
| *s2=* | 0,060546 |  | DX=1/λ2 | 0,081633 |
| *s=* | 0,246062 |  | σX=1/λ | 0,285714 |
| *v=* | 0,929616 |  | varX=σX/MX | 1 |

Гистограмма:

Кумулята и график функции распределения:

Простейший поток событий:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *ri* | *ti* | *№ заявки* | *Время поступления заявки в СМО* |
|  |  | *1* | 0 |
| 0,181249 | 0,487966 | *2* | 0,487966041 |
| 0,511093 | 0,191772 | *3* | 0,679738262 |
| 0,641316 | 0,126924 | *4* | 0,806661984 |
| 0,198675 | 0,461738 | *5* | 1,268399829 |
| 0,552049 | 0,169748 | *6* | 1,438147798 |
| 0,151433 | 0,539318 | *7* | 1,977465805 |
| 0,667287 | 0,115581 | *8* | 2,093047156 |
| 0,800348 | 0,063631 | *9* | 2,156678229 |
| 0,991577 | 0,002417 | *10* | 2,159095025 |
| … | … | … | … |
| 0,936186 | 0,01884 | 329 | 87,07755865 |
| 0,602435 | 0,144793 | 330 | 87,22235147 |
| 0,643422 | 0,125987 | 331 | 87,34833858 |

Задание 3.

Сформировать (2 способами) выборку n значений НСВ, имеющей распределение Эрланга k-ого порядка с параметром λ (табл.3). По выборке построить точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации. Сравнить полученные оценки с истинными значениями параметров, рассчитанными по формулам. Построить гистограмму, кумуляту и график функции распределения. Визуально убедиться, что выборка осуществлена из генеральной совокупности, имеющей распределение Эрланга k-ого порядка с параметром λ.

Студентам с нечетными номерами вариантов с помощью критерия Пирсона проверить гипотезу о принадлежности выборки к рассматриваемому распределению.

Входные данные:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | *λ* | 3,5 | | *k* | 3 | | *n* | 530 | |  |
|  |  |
|  |  |

**2 способ**

Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Модель |  |  | Теория |  |
| *tв=* | 0,829764 |  | MT=k/λ | 0,857143 |
| *s2=* | 0,226443 |  | DX=k/λ2 | 0,244898 |
| *s=* | 0,47586 |  | σT | 0,494872 |
| *v=* | 0,573488 |  | varT | 0,57735 |

Гистограмма:

Кумулята и график функции распределения:

Задание 4.

Сформировать выборку n значений НСВ, имеющей гиперэкспоненциальное распределение, используя «смесь» двух показательных распределений с параметрами λ1 и λ2 (табл.3). По выборке построить точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации. Сравнить полученные оценки с истинными значениями параметров, рассчитанными по формулам. Построить гистограмму, кумуляту и график функции распределения. Визуально убедиться, что выборка осуществлена из генеральной совокупности, распределенной по гиперэкспоненциальному закону с параметрами q, λ1 и λ2.

Входные данные:

|  |  |
| --- | --- |
| *λ1* | 0,21 |
| *λ2* | 3,5 |
| *q* | 0,14 |
| *n* | 530 |

Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Модель |  |  | Теория |  |
| *tв=* | 3,710454711 |  | MT=q/λ1+(1-q)/λ2 | 0,91238 |
| *s2=* | 19,06111448 |  | DT=2[q/(λ1)2+(1-q)/(λ2)2]-(MT)2 | 5,65718 |
| *s=* | 4,365903627 |  | σT | 2,37848 |
| *v=* | 1,176649216 |  | varT | 2,6069 |

Гистограмма:

Кумулята и график функции распределения:

Критерий Пирсона:

α=0,1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *i* | *лев.гр.* | *пр.гр.* | *ni* | *pi* | *npi* | *nk* | *npk* | *nk - npk* | *(nk - npk)2/npk* |
| 1 | -∞ | 0,00 | 1 | 0,01 | 6,97 | 1,00 | 6,97 | -5,97 | 5,12 |
| 2 | 0,00 | 1,14 | 188 | 0,86 | 456,05 | 188,00 | 456,05 | -268,05 | 157,55 |
| 3 | 1,14 | 2,27 | 85 | 0,04 | 20,74 | 85,00 | 20,74 | 64,26 | 199,14 |
| 4 | 2,27 | 3,40 | 65 | 0,02 | 9,91 | 65,00 | 9,91 | 55,09 | 306,25 |
| 5 | 3,40 | 4,53 | 40 | 0,01 | 7,69 | 40,00 | 7,69 | 32,31 | 135,74 |
| 6 | 4,53 | 5,67 | 30 | 0,01 | 6,06 | 30,00 | 6,06 | 23,94 | 94,56 |
| 7 | 5,67 | 6,80 | 28 | 0,01 | 4,78 | 121,00 | 22,58 | 98,42 | 429,07 |
| 8 | 6,80 | 7,93 | 19 | 0,01 | 3,77 |
| 9 | 7,93 | 9,06 | 15 | 0,01 | 2,97 |
| 10 | 9,06 | 10,20 | 8 | 0,00 | 2,34 |
| 11 | 10,20 | 11,33 | 9 | 0,00 | 1,85 |
| 12 | 11,33 | 12,46 | 10 | 0,00 | 1,46 |
| 13 | 12,46 | 13,59 | 6 | 0,00 | 1,15 |
| 14 | 13,59 | 14,72 | 7 | 0,00 | 0,90 |
| 15 | 14,72 | 15,86 | 5 | 0,00 | 0,71 |
| 16 | 15,86 | 16,99 | 1 | 0,00 | 0,56 |
| 17 | 16,99 | 18,12 | 5 | 0,00 | 0,44 |
| 18 | 18,12 | 19,25 | 4 | 0,00 | 0,35 |
| 19 | 19,25 | 20,39 | 0 | 0,00 | 0,28 |
| 20 | 20,39 | 21,52 | 2 | 0,00 | 0,22 |
| 21 | 21,52 | 22,65 | 0 | 0,00 | 0,17 |
| 22 | 22,65 | 23,78 | 1 | 0,00 | 0,13 |
| 23 | 23,78 | 24,91 | 0 | 0,00 | 0,11 |
| 24 | 24,91 | +∞ | 1 | 0,00 | 0,40 |
| **сумма** | | | **530,00** | **1,00** | **530,00** | **530,00** | **530,00** | **0,00** | **1327,44** |
|  | | |  |  |  |  |  |  |  |

1327,44 – наблюдаемое значение статистического критерия χ2

10,64464068 – критическая точка

# **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данной лабораторной работе были изучены свойства и характеристики распределений и потоков потока, а также произведено сравнение теоретических и модельных значений полученных характеристик.